**Методы подобия и размерности в механике 7М05405-Механика и энергетика Лекция 6 Краткий конспект 6**

**Лекция 6. Подобие гидродинамических процессов. Критерии подобия**

Метод подобия используется при изучении многих физических и технических вопросов, в частности, при моделировании действительных, «натуральных» процессов в лабораторных условиях. Результаты лабораторного моделирования могут быть использованы для проектирования реальных объектов.

Рассмотрим условия подобия двух изотермических ламинарных потоков вязких несжимаемых жидкостей с различными плотностями и вязкостями. Следуя только что указанному приему сравнения безразмерных дифференциальных уравнений и соответствующих им граничных и начальных условий, приведем уравнения Навье-Стокса движения вязкой несжимаемой жидкости к безразмерному виду. В частности, введем безразмерные переменные

$t^{'}=\frac{t}{t\_{0}}, x^{'}=\frac{x}{L}, ∇^{'}=∇∙L, \overbar{v}^{'}=\frac{\overbar{v}}{v\_{0}}, p^{'}=\frac{p}{p\_{0}}, \overbar{F}^{'}=\frac{\overbar{F}}{F\_{0}}$ , (1)

где$ t\_{0}$, $L$, $v\_{0}$, $p\_{0}$ и $F\_{0} $ – масштабы, соответственно, времени, длин (в частности, координат), скоростей, давлений и объемных сил.

Уравнение Навье-Стокса в этих безразмерных переменных будет иметь вид (индекс штрих опущен)1

$Sh\frac{∂\overbar{v}}{∂t}+\left(\overbar{v}∙∇\right)\overbar{v}=\frac{1}{Fr}\overbar{F}-Eu∇p+\frac{1}{Re}∇^{2}\overbar{v}, ∇∙\overbar{v}=0, $ (2)

Где $Sh=\frac{L}{v\_{0}t\_{0}}$ – число Струхала, $Fr=\frac{v\_{0}^{2}}{F\_{0}L}$ – число Фруда, $Eu=\frac{P\_{0}}{ρv\_{0}^{2}}$ – число Эйлера, $Re=\frac{v\_{0}L}{ν}$ – число Рейнольдса.

Предположим, что два в общем случае нестационарных потоков вязкой несжимаемой жидкости подобны между собой. В этом случае сами безразмерные уравнения Навье-Стокса, а также соответствующие безразмерные граничные и начальные условия должны быть одинаковыми для обоих сравниваемых между собою движений. Из условий подобия явлений следует, что для совпадения дифференциальных уравнений остается потребовать, чтобы были одинаковыми числа подобия, т.е. $Sh, Fr, Eu$ и $Re$.

 Числа подобия, составленные только из тех масштабов сравниваемых потоков и физических констант среды, которые содержатся в постановке задачи о гидродинамическом процессе, называются критериями подобия. Критериев подобия меньше, чем чисел подобия для соответствующего класса течений

$ Sh\_{1}=Sh\_{2}, Fr\_{1}=Fr\_{2}, Eu\_{1}=Eu\_{2}, Re\_{1}=Re\_{2}.$ (3)

Nак как не все масштабные величины, введенные при составлении безразмерных уравнений, граничных и начальных условий, могут быть заданы наперед.

***Пример 1.*** Рассмотрим задачу об определении сопротивления цилиндра диаметра d набегающему на него однородному потоку вязкой несжимаемой жидкости с кинематическим коэффициентом вязкости $ν$, плотностью $ρ$ и постоянной скоростью $v\_{0}$ в предположении, что движение стационарно, а объемных сил нет. Тогда среди необходимых условий подобия (3) остаются два:

$Eu\_{1}=Eu\_{2 , }Re\_{1}=Re\_{2} $.

Число Рейнольдса $(Re=\frac{v\_{0}L}{ν})$ является здесь критерием подобия, так как содержит заданные наперед масштабы: скоростей - $v\_{0}, $длины – d и также заданную физическую константу $ν$. Сила сопротивления $R$ может быть определена только после решения задачи обтекания цилиндра потоком жидкости, так как она определяется через силу давления потока на поверхность и силы трения жидкости о поверхность цилиндра. Число Эйлера, содержащее в своем составе масштаб неизвестного давления, не может при этом критерием подобия, а будет функцией критерия – числа Рейнольдса.

Коэффициент сопротивления $С\_{R}$ единицы длины цилиндра

$$С\_{R}=\frac{R}{(1/2)ρv\_{0}^{2}σ}$$

где $σ$ - площадь миделевого сечения цилиндра, играет роль числа Эйлера (так ${R}/{σ}$) $имеет размерность перепада$ давления) и зависит от числа Рейнольдса, т.е. $С\_{R}(Re)$.